

MI-Algèbre et optimisation S4

Infos pratiques

- > ECTS : 6.0
- > Nombre d'heures : 60.5
- > Langue(s) d'enseignement : Français
- > Niveau d'étude : BAC +2
- > Période de l'année : Enseignement quatrième semestre
- > Méthodes d'enseignement : En présence
- > Forme d'enseignement : Cours magistral et Travaux dirigés
- > Ouvert aux étudiants en échange : Oui
- > Campus : Campus de Nanterre
- > Composante : Sciences économiques, gestion, mathématiques et informatique
- > Code ELP : 4E4MF403

Présentation

Dans une première partie, ce cours prend la suite du cours d'algèbre linéaire du S3 de la Licence MIASHS en continuant l'analyse des endomorphismes et la diagonalisation des matrices.

Dans une seconde partie, les notions de produit scalaire, d'Espace Euclidien, d'orthogonalité et l'algèbre bilinéaire sur les espaces vectoriels seront décrites, dans le cas des vecteurs à n composantes réelles. Les projections orthogonales, la réduction des matrices et les formes quadratiques sont des outils essentiels des mathématiques appliquées, notamment en statistiques, en systèmes dynamiques et en optimisation.

Ces notions seront ensuite utilisées dans une partie dédiée à l'optimisation des fonctions à plusieurs variables, dans le cas des fonctions continues puis différentiables, avec ou sans contraintes, notamment en utilisant la méthode de Lagrange.

Objectifs

Programme Algèbre

- Valeurs et vecteurs propres.
- Polynôme caractéristique.
- Diagonalisation de matrices.
- Orthogonalité et projections.
- Formes quadratiques et diagonalisation des matrices symétriques.

Programme Analyse

- Rappels sur l'optimisation dans $\mathbb{R}$ et $\mathbb{R}^2$.
- Optimisation continue sur un compact de $\mathbb{R}^n$.
- Optimisation différentiable sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$.
- Compléments dans le cas convexe.
- Optimisation sous contrainte par la méthode de Lagrange.
- Optimisation sous contraintes linéaires.

Évaluation

Session 1 :

- Formule standard : contrôle continu (50% de la note) et un examen terminal (50% de la note).
- Formule dérogatoire : Un examen terminal (100% de la note).

Session 2 : Un examen terminal (100% de la note).

Compétences visées

- Détermination d'une base orthonormée d'un sous-espace vectoriel et de la matrice de projection orthogonale sur cet espace.
- Résolution des systèmes d'équations linéaires par la méthode des moindres carrés (régression linéaire).
- Détermination des valeurs et vecteurs propres. Calcul des puissances d'une matrice par diagonalisation.
- Caractérisations d'une matrice symétrique définie positive. Minimisation de la somme de sa forme quadratique associée et d'une forme linéaire.
- Bien différencier les méthodes d'optimisation suivant le domaine : est-il ouvert ? Convexe ? Compact ?
- Savoir calculer les points critiques et leur nature
- Connaître les différentes méthodes d'optimisation sous contraintes linéaires ou non, (substitution, Lagrangien).

Ressources pédagogiques

Université en Ligne : <https://uel.unisciel.fr/>

- Forme bilinéaire, forme quadratique sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$
<https://uel.unisciel.fr/mathematiques/formes1/formes1/co/formes1.html>
- Réduction des matrices : diagonalisation des endomorphismes et des matrices
<https://uel.unisciel.fr/mathematiques/reducmat1/reducmat1/co/reducmat1.html>
- Déterminant
<https://uel.unisciel.fr/mathematiques/determinant1/determinant1/co/determinant1.html>